

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по математике
в 2014 – 2015 учебном году
9 класс**

Время выполнения заданий — 4 часа

Уважаемый участник!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

2		
	4	
		8

К условию
задачи 9.1

9.1. Квадрат из чисел называется магическим, если в нём суммы чисел во всех строках, во всех столбцах, а также на двух главных диагоналях равны между собой. В квадрате 3×3 заполнены только три позиции из девяти — см.рисунок. Можно ли дополнить этот квадрат шестью числами так, чтобы он стал магическим? Ответ обосновать.

9.2. Существует ли многоугольник, который можно разрезать, как на три равных треугольника, так и на четыре равных четырёхугольника? Ответ обосновать.

9.3. Известно, что ни одно из чисел a , b и c не является целым. Может ли случиться так, что каждое из четырёх чисел ab , bc , ca , abc — целое? Ответ обосновать.

9.4. На стороне AC равностороннего треугольника ABC взята точка M , а на продолжении стороны BC за вершину C — точка K таким образом, что $AM = CK$. Докажите, что $MB = MK$.

9.5. Докажите, что для положительных чисел a , b , c не могут одновременно выполняться неравенства $a(1 - b) \geq b(1 - c) \geq c(1 - a) > \frac{1}{4}$.

9.6. Трёхголовый Змей Горыныч праздновал свой день рождения. Три его головы по очереди лакомились именинными пирогами и за 15 минут съели два одинаковых пирога. Известно, что каждая голова ела столько времени, сколько понадобилось бы двум другим, чтобы вместе съесть один такой же пирог. Каждая голова ест пирог с собственной постоянной скоростью. За сколько минут три головы Змея Горыныча съели бы вместе один такой же пирог? Ответ обосновать.